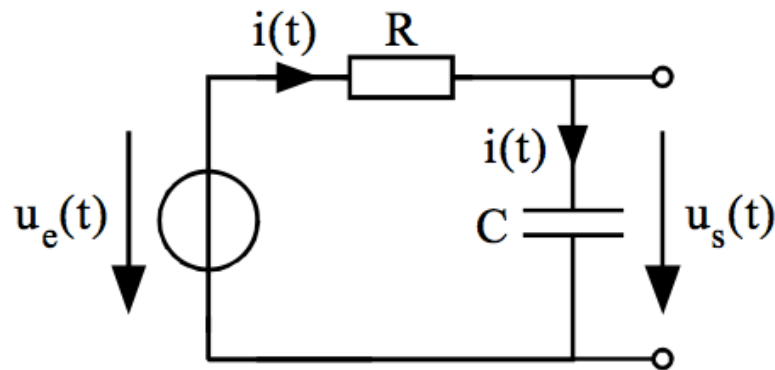


# 4 RÉGIMES TRANSITOIRES. RÉPONSES INDICIELLES

---

Le comportement d'un circuit linéaire peut être décrit à l'aide d'équations différentielles.



Ce circuit transforme l'entrée  $u_e(t)$  en la sortie  $u_s(t)$  à travers une fonction linéaire.

On peut écrire:

$$i(t) = C \frac{du_s(t)}{dt}$$
$$i(t) = \frac{u_e(t) - u_s(t)}{R}$$

→

$$RC \frac{du_s(t)}{dt} + u_s(t) = u_e(t)$$

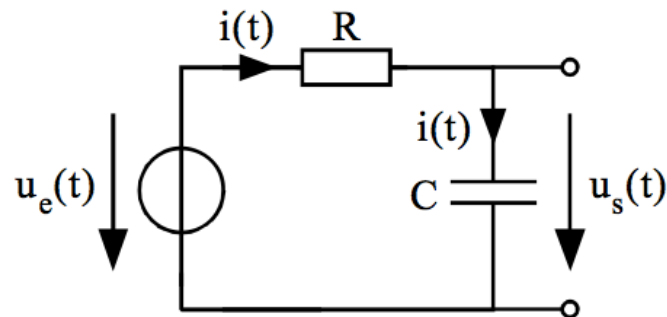
Equation différentielle décrivant le comportement du circuit RC.

Circuit linéaire du premier ordre.  
Déterminer la réponse  $u_s(t)$  en trois étapes.

# Circuit linéaire du premier ordre.

## Déterminer la réponse $u_s(t)$ en trois étapes.

La solution (**expression de la sortie en fonction du temps  $u_s(t)$** ) est une superposition de la réponse transitoire et de la réponse permanente.



**Etape 1: trouver la solution de l'équation homogène** ( $u_e(t) = 0$ ):

Dans le cas du circuit RC ci-dessus:

$$RC \frac{du_s(t)}{dt} + u_s(t) = 0 \quad \longrightarrow \quad u_s(t) = K e^{-\frac{t}{RC}}$$

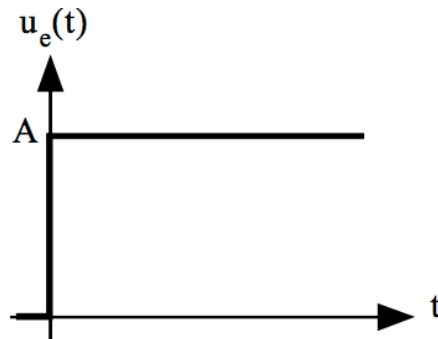
On a trouvé la forme de l'équation. Il nous reste à déterminer K

# Circuit linéaire du premier ordre.

## Déterminer la réponse en trois étapes.

**Etape 2: trouver la réponse permanente (solution particulière):** pour les circuits linéaires, la solution particulière à la même “forme” que l’entrée.

- Entrée constante: Sortie constante sous régime permanent
- Entrée sinusoïdale: Sortie sinusoïdale de même fréquence que l’entrée sous régime permanent.



**Saut indiciel avec amplitude A**

$$u_e(t < 0) = 0$$

$$u_e(t \geq 0) = A$$

**Trouver la réponse permanente  $u_s(t \rightarrow \infty)$  pour un entrée ‘saut de tension d’amplitude A’:**

$u_s(t \rightarrow \infty) = \text{constant}$  (on l’appelle B et on doit la déterminer).

Je reprends l’équation différentielle générale pour  $t \rightarrow \infty$ :

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} RC \cdot \frac{dB}{dt} + B = A \\ \text{Avec B constant} \end{array} \right\} \Rightarrow B = A \Rightarrow u_s(t \rightarrow \infty) = A$$

### Etape 3: Réponse comme somme de la réponse permanente et de la réponse transitoire

$$u_s(t) = K e^{-\frac{t}{RC}} + A$$

Il reste à déterminer K. Je le fait en introduisant la **condition initiale**, qui est  $u_s(t=0) = 0$ , pour ce cas spécifique.

$$\Rightarrow K = -A$$

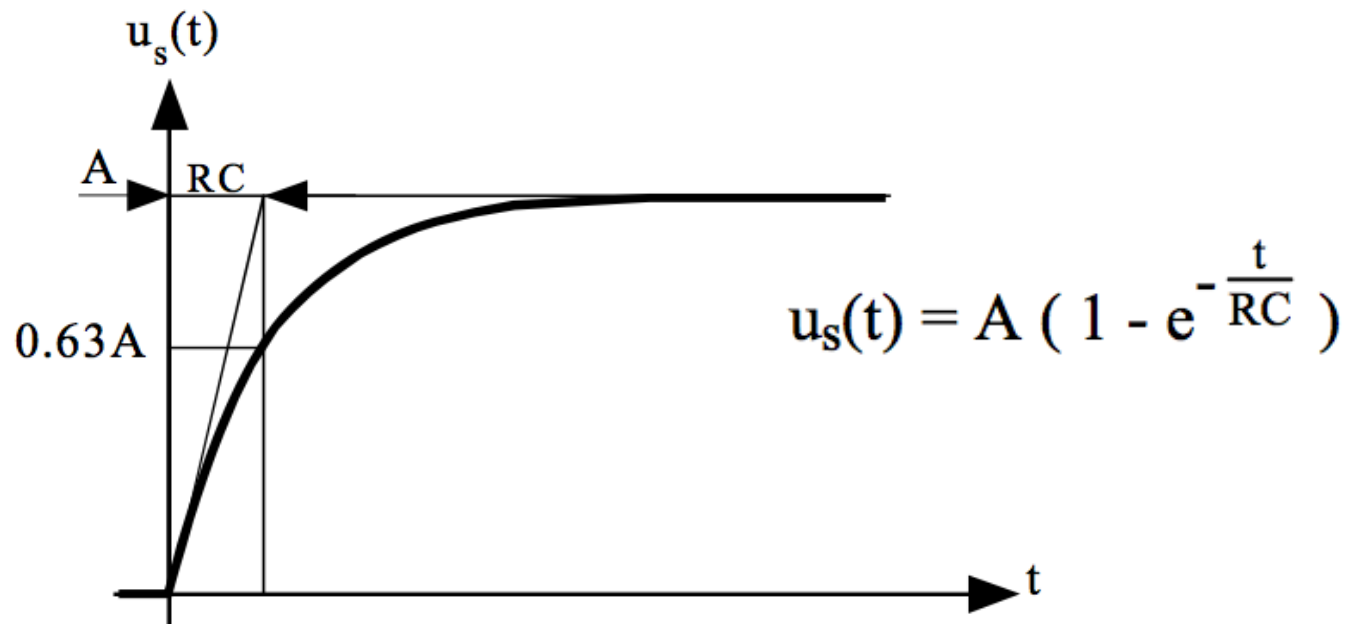
Donc, on obtient l'expression complète de la sortie au saut de tension en entrée:

$$\Rightarrow u_s(t) = A \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad \text{Réponse indicielle}$$

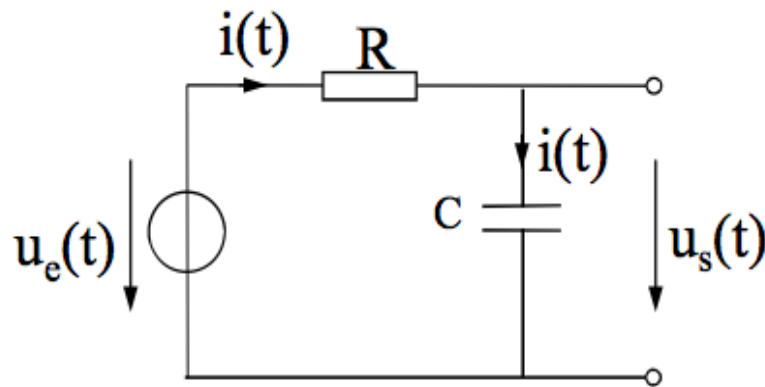
La valeur du produit RC est la constant de temps du circuit: après RC secondes,  $u_s$  a atteint 63% de sa valeur asymptotique.

# Exemple de forme de réponse indicielle

Exemple d'un circuit RC et un saut de tension en entrée:



# Expression générale de la charge d'une capacité à travers une résistance



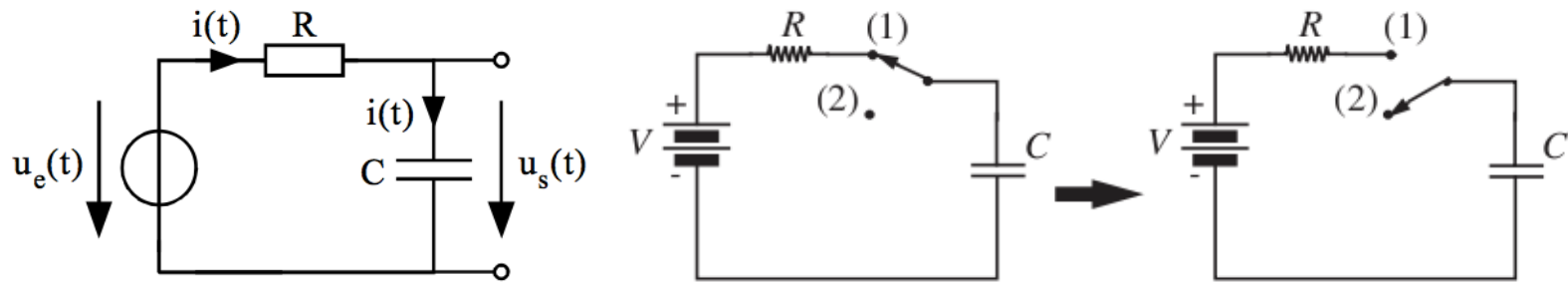
$$u_c(t=0)=U_0$$

$$u_c(t=\infty)=U_\infty$$

$$u_c(t)=U_0+\left(U_\infty-U_0\right)\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

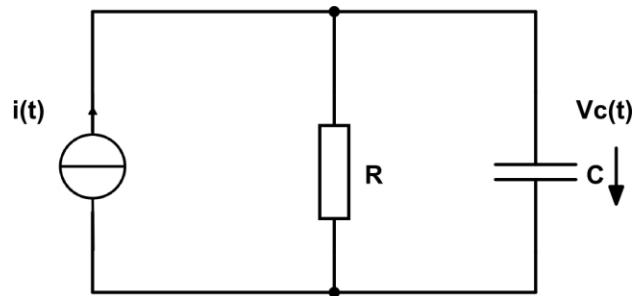
# Circuit linéaire et stockage d'énergie

# Circuit RC et stockage d'énergie

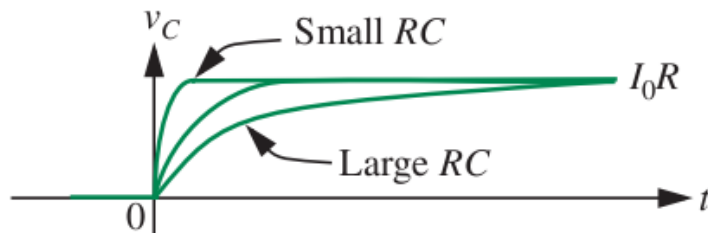
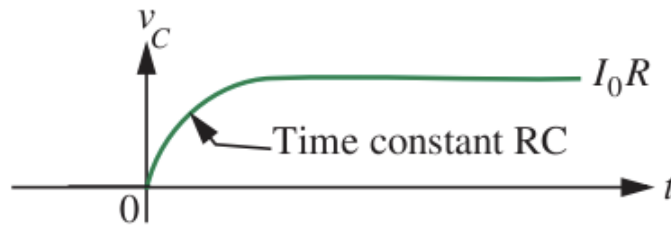


En position (1), la capacité se charge selon le trend décrit par  $u_s(t) = A(1 - e^{-t/RC})$ .  
 Au passage de l'interrupteur sur la position (2) au temps  $t_2$ , l'énergie est stockée dans la capacité (la valeur de tension sur la capacité reste constant pour  $t \geq t_2$  et correspond à la valeur atteinte par  $u_s$  au temps  $t_2$ ).

# Transitoires pour un circuit avec source de courant



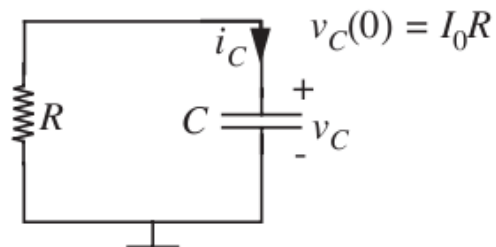
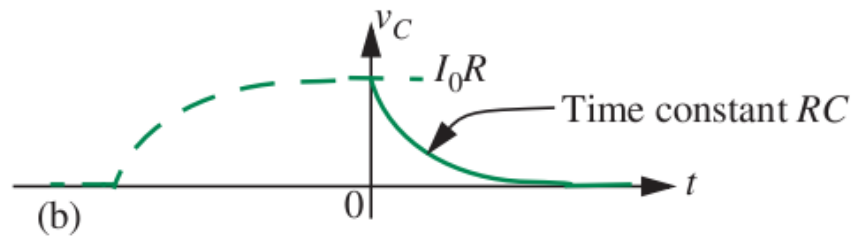
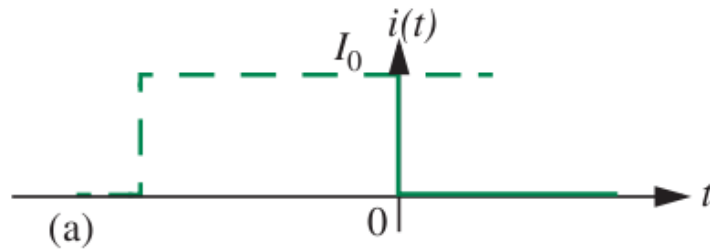
Equivalent Norton du circuit RC étudié précédemment.



Equation différentielle pour la réponse  $v_C(t)$

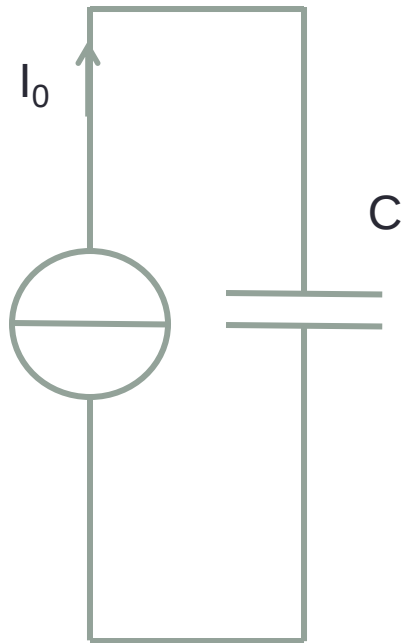
$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{RC} = \frac{i(t)}{C}$$

# Décharge transitoire du même circuit



$$v_c(t) = RI_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

# Charger une capacité avec une source de courant



l'équation de la tension aux bornes de la capacité,  $u_c(t)$ :

$$u_c(t) = \frac{I_0}{C}t + U_0$$